公共课知识家【政治】
—2011 年考研分析题解读

■2011 年—分析题—34 题

结合材料回答问题：

人类每天都在产生垃圾，垃圾总量一天比一天多，由此带来的问题非常棘手。不产生垃圾是不可能的。既然如此，那就退而求其次，倡导大家减少垃圾。然而，减到多少才是少？这里并没有一个标准。而且从总体上看，生产和消费必然产生垃圾，减少垃圾很可能抑制生产和消费。接着往后退，把垃圾收集起来填埋或者焚烧。但填埋只是把垃圾从地上转移到地下，既与人争地，也有再次污染土壤和水源的隐患。焚烧不过是把污染从地上转移到空中，产生二恶英等有害物质。

于是，人们进一步追问：还有没有比填埋、焚烧更好的出路？这时候，一句“垃圾是放错地方的资源”让人茅塞顿开，垃圾可以回收利用，乃再生资源。但变废为“宝”前提是垃圾的分类投放——别把垃圾放错了地方。何谓放错？到处乱扔是放错，收集时搅混在一起也是放错。不同的垃圾只有往不同的地方放，才能实现资源的价值。即使还免不了要填埋、焚烧那些没有利用价值的垃圾，也得把它们分出来。

垃圾分类举手之劳换出绿色，好处多多不言而喻，但如何让人们乐而为之？2009 年 5 月起，上海开始普遍推广新的垃圾分类理念，开展以“换出更绿色的上海”为名义的“绿色帐户”活动。何为绿色帐户？就是居民对垃圾进行分类回收，积分换取环保小礼品：再生纸笔记本、绿色小植物、环保手电筒……上海推出“绿色帐户”的实践说明，办法是可以想出来的，关键是愿不愿意琢磨。中国的垃圾问题不比哪个国家小，我们只能“没有退路就多想出路”。摘编自《人民日报》

(1)从实践是人和自然关系的基础的角度说明为什么“垃圾是放错地方的资源”？（5 分）

(2)运用矛盾分析方法说明“没有退路就多想出路”。（5 分）

【答案要点】

(1)实践是人的存在方式，是人与自然分化与统一的现实基础。如何合理地处理垃圾是人们实践活动方式和水平的反映。（3 分）垃圾成为废物是由于人类实践活动方式不当（即放错位置）所造成的。我们必须转变实践活动方式，合理地调节人与自然之间的物质变换（2 分）

(2)矛盾是普遍存在的，生产生活中出现垃圾是不可避免的。我们要正视矛盾，只有在正确认识和解决矛盾当中才能推动事物发展。（2 分）矛盾又具有特殊性，不同事物矛盾要用不同的方法来解决。把垃圾“变废为宝”可以有多种办法，垃圾分类就是一种有效的“出路”。（3 分）（注：如果考生从矛盾转化的角度论述，可酌情给分，最高不超过 4 分）

【解读】

(1)本题两问，第一问要求从实践是人和自然关系的基础角度分析说明为什么“垃圾是放错地方的资源”？这一问考查的马克思主义哲学原理属于唯物论的基本观点，涉及的知识点包括《马克思主义基本原理概论》第二章中的“实践与人的存在”、“自然界和人类社会的分化与统一”、“人和自然的关系”。

考生首先要阐述本问所要求的一般原理。根据上述知识点，这一问的一般原理有三个要点。第一，实践在人类生活中具有基础和根本的地位，它是人类存在的基本方式。第二，实践是人与自然分化和统一的现实基础。劳动实践创造了人本身，使人从自然界相对独立出来，人又在实践中影响、制约和改变着自然界，同自然界相互联系。第三，通过实践，特别是物质生产劳动实践

合理协调人与自然的关系，实现人与自然的和谐统一，实现人类社会的可持续发展。

其次，结合题意和材料说明所谓垃圾放错地方就是人们生活、实践的方式不当造成的。人们应该转变实践活动方式，把垃圾分类，放在该放的地方，实现垃圾作为资源的价值，从而做到合理调节人与自然之间的物质变换关系。

⑵第二问要求运用矛盾分析方法说明“没有退路就多想出路”。

考生首先要回答什么是矛盾分析方法。所谓矛盾分析方法主要是指对立统一的分析方法。矛盾是指事物内部和事物之间的对立统一关系。列宁指出，对立统一规律是唯物辩证法的实质和核心，因此，矛盾分析法是人们认识世界和改造世界的根本方法。矛盾分析方法要求人们在分析事物内部要素之间或事物之间的关系时，既看到它们之间的对立即斗争性，又看到它们之间的统一即同一性。另外，按照“大纲解析”的说法，矛盾分析法包含广泛而深刻的内容。矛盾分析方法具体表现为：分析矛盾特殊性的方法，分析主要矛盾和非主要矛盾、矛盾的主要方面和非主要方面即“两点论”与“重点论”相结合的方法和抓关键、看主流的方法，批判与继承相统一的方法等等。实际上，矛盾分析方法最重要的是上述对立统一的分析方法，也就是在对立中把握同一与在同一中把握对立的方法。总之，关于矛盾分析方法的观点，考生只要言之有理，谈到上述一两个方法，判卷时会酌情给分。

其次，考生要结合题意和材料分析说明对于垃圾问题我们只能“没有退路就多想出路。”出路很多，其中的一种有效办法就是把垃圾分类，有些垃圾可以回收利用，变废为宝。上海推出的“绿色帐户”的实践证明，只要用心琢磨，就可以想出办法把垃圾分类，利用垃圾，实现再生资源。

■2011 年－分析题－35 题

结合材料回答问题：

材料 1（摘编自《光明日报》）

成思危，著名经济学家，原民建中央主席，九届、十届全国人大常委会副委员长。谈到我国的政党制度，他深有体会地说：“西方的政党制度是‘打橄榄球’，一定要把对方压倒。我们的政党制度是‘唱大合唱’，民主党派和中国共产党的合作共事是为了一个共同的目标，为了保持社会的和谐。要大合唱，就要有指挥，这个指挥无论从历史还是现实来看，都只有中国共产党才能胜任。”海外有评论说中国的民主党派人士在政府任职多是“坐虚位”、“无实权”，成思危说，这不符合实际情况，中国的民主党派不是“政治花瓶”。“在担任化工部副部长的时候，我对自己负责范围内的工作是完全有权作出决策的。作为全国人大常委会副委员长，我负责证券法、农村金融的执法检查。我和中共党籍的副委员长一样，也是独当一面的。”

材料 2（摘编自《光明日报》）

第十一届全国人大一次会议以来，全国共有 18.7 万民主党派、无党派人士当选各级人大代表。其中，全国人大常委员副委员长 6 人，省级人大常委会副主任 35 人。2 人分别担任国务院科技部、卫生部部长。2007 年有 18 人担任最高人民法院、最高人民检察院和中央国家机关部委领导职务副职。

20 世纪 90 年代以来，中共中央加强同各民主党派的协商，内容不断充实，程序逐步规范。据统计，1990 年至 2009 年 6 月，中共中央、国务院直接召开或委托有关部门召开的协商会、座谈会、情况通报会就有 287 次，其中，中共中央总书记主持召开或出席的就有 85 次。各民主党派中央、无党派代表人士向中共中央、国务院及有关方面提出重大建议 260 多项，各民主党派地方组织提出各项建议 9 万多项。如关于三峡工程、耕地保护、两岸“三通”、西部大开发、中部崛起、东北地区等老工业基地振兴、建设社会主义新农村、青藏铁路沿线发展、国家级综合配套改革试验

区、实施可持续发展战略、制定和实施“十一五”规划等方面提出的建议，得到了中共中央、国务院的高度重视和采纳。

(1)从“打橄榄球”和“唱大合唱”的形象比较中，说明我国政党制度的特点和优点。（5 分）

(2)我国各民主党派在社会主义建设中如何发挥参政议政的作用？（5 分）

【答案要点】

(1)中国共产党领导的多党合作和政治协商制度，是适合中国国情的社会主义政党制度，与多党竞争、轮流执政的“打橄榄球”式的西方政党制度有着本质区别。（2 分）“唱大合唱”形象地反映了我国政党制度的鲜明特色：即共产党领导、多党派合作；共产党执政、多党派参政；中国共产党和各民主党派有着共同的根本利益和共同的目标。这充分体现了中国共产党和各民主党派团结一致、合作共事的优点和特点。（3 分）

(2)各民主党派参加国家政权、参与国家事务管理、参与国家大政方针和国家领导人选的协商，参与国家方针、政策、法律、法规的制定执行。（2 分）民主党派成员通过多渠道、多形式广泛开展重大问题的调查研究，对执政党的工作实行民主监督，积极参与改革开放和现代化建设事业，为推动祖国统一大业和社会全面进步不断建言献策。（3 分）

【解读】

本题考查《毛泽东思想和中国特色社会主义理论体系概论》第九章“中国共产党领导的多党合作和政治协商制度”这个知识点。

(1)“唱大合唱”形象地说明了我国政党制度不同于“打橄榄球”式的西方政党制度的特点和优点。中国共产党领导的多党合作和政治协商制度，是我国的一项基本政治制度，是我国社会主义民主政治制度的重要组成部分。我国的政党制度是一种社会主义的新型政党制度，与资本主义国家的两党制或多党制有根本的不同。我国的政党制度建立在社会主义经济基础之上，同社会主义国家国体的性质相适应，具有如下特点：第一，在我国的政党制度中，中国共产党是执政党，民主党派是参政党，不是在野党，更不是反对党。这是我国政党制度的显着特征。第二，中国共产党和各民主党派有着共同的根本利益和共同的目标，都以四项基本原则为共同准则，以实现不同时期的总任务为共同纲领，以建设中国特色社会主义为共同理想。第三，各民主党派都参加国家政权，参与国家事务的管理，参与国家大政方针和国家领导人选的协商，参与国家方针、政策、法律、法规的制定执行。第四，中国共产党和各民主党派都以宪法为根本活动准则，都受到宪法的保护，享有宪法规定范围内的政治自由、组织独立和法律上的平等地位。我国政党制度蕴含着巨大的优势，主要体现在下面几方面：第一，我国的政党制度与我国国体相适应，反映了人民当家作主的社会主义民主的本质。第二，我国政党制度能够在中国特色社会主义共同目标下把中国共产党领导和多党派合作有机结合起来，实现广泛参与和集中领导的统一，代表和维护了最广大人民群众的根本利益。第三，我国的政党制度能够实现社会进步和国家稳定的统一、充满活力和富有效率的统一。有效地吸纳新兴社会阶层、整合各种政治力量，有利于促进社会生产力的加快发展。

(2)我国各民主党派在社会主义建设中应积极发挥参政议政的作用。第一，民主党派人士和无党派人士要通过多渠道、多形式对执政党的工作实行民主监督，积极参与改革开放和现代化建设事业，广泛开展重大问题的调查研究，为推动祖国统一大业和社会全面进步不断建言献策。第二，民主党派人士和无党派人士要围绕团结和民主两大主题履行职能，推进政治协商、民主监督、参政议政制度建设。第三，民主党派人士和无党派人士要在实践中关注民生，提高参政议政实效。第四，民主党派人士和无党派人士要发挥自身力量，为协调关系、汇聚力量、建言献策、服务大局起到积极作用。

■2011 年－分析题－36 题

结合材料回答问题：

材料 1

2011 年是中国共产党成立 90 周年。在这 90 年里，党走过了不平凡的历程。

中华人民共和国成立前夕，毛泽东在一篇文章中指出："一九一七年的俄国革命唤醒了中国人，中国人学得了一样新的东西，这就是马克思列宁主义。中国产生了共产党，这是开天辟地的大事变。"

摘自《毛泽东选集》

材料 2

最近，有一本名为《苦难辉煌》的党史专着，颇受广大读者欢迎。

在这部著作中，作者一再追问：

为什么中国共产党从最初的几十个人，仅仅经过 20 多年的发展，就打败了强大的对手，取得了辉煌的胜利，建立了新中国？

历史给国民党很多机会，却只给共产党很少机会，但是共产党抓住了这仅有的机会，实现了中国革命的胜利。这又是为什么？

中国共产党从几十人的小党发展到今天 7000 多万人的大党，中国人民解放军从南昌起义后剩下不到 800 人到今天的威武雄狮，党和军队为何由小到大，由弱到强，筚路蓝缕，披荆斩棘？中国共产党的力量来自哪里？中国人民解放军的力量来自哪里？

作者回答：我们拥有一批顶天立地的真人。他们不为钱，不为官，不怕苦，不怕死，只为胸中的主义和心中的信仰。摘编自 《人民日报》、《光明日报》

(1)为什么说中国共产党的成立"是开天辟地的大事变"？（4 分）

(2)结合中国共产党成立以来中国社会变革的历程，说明"主义"和"信仰"是怎样成为"力量"的？（6 分）

【答案要点】

(1)近代以来，中国人民反帝反封建的斗争之所以屡遭挫折和失败，重要原因之一，是由于没有一个先进的政党作为领导核心。中国共产党的成立，使中国人民有了可以信赖的、坚强的组织者和领导者。（2 分）中国共产党把马克思主义作为指导思想，为中国革命、建设和改革奠定了理论基础。党的成立，为中国人民的解放和中华民族的复兴带来了光明和希望。（2 分）

(2)马克思主义是科学的世界观和方法论，是认识世界和改造世界的思想武器。中国共产党人坚定地信仰马克思主义，并为理想和信仰而奋斗。（2 分）中国共产党用中国化的马克思主义分析、解决中国实际问题，制定正确的路线方针政策，动员、组织人民群众，经过坚苦卓绝的斗争，取得了新民主主义革命胜利，确立了社会主义基本制度，开辟了中国特色社会主义道路，从根本上改变了中华民族和中国人民的前途命运。（4 分）

【解读】

本题考查《中国近现代史纲要》第四章"中国共产党的创建及其历史特点"、《毛泽东思想和中国特色社会主义理论体系概论》第一章"马克思主义中国化的历史进程"以及第十五章"中国共产党是社会主义建设事业的领导核心"等知识点。2011 年是中国共产党建党 90 周年，以此命题，体现思想政治理论考试命题联系实际的重要特点。

(1)中国共产党的成立，是一个“开天辟地的大事变”。它给灾难深重的中国人民带来了光明和希望。自从有了中国共产党，中国人民就有了可以信赖的组织者和领导者，中国革命就有了坚强的领导力量。首先，中国共产党的成立使中国革命有了坚强的领导核心，灾难深重的中国人民有了可以依赖的组织者和领导者，中国革命从此在无产阶级的领导下，不断的向前发展，由民主主义革命向社会主义革命推进。其次，中国共产党的成立，使中国革命有了科学的指导思想，中国共产党是以马克思列宁主义为指导思想的政党，它把马克思主义同中国革命实践相结合，制定了正确的革命纲领和各种策略，为中国人民指明斗争的目标和走向胜利的道路。第三，中国共产党的成立，使中国革命有了新的革命方法，并沟通了中国革命同世界无产阶级革命之间的联系，为中国革命获得广泛的国际援助和避免资本主义的前途提供了可能。

(2)自从中国共产党成立以来，在马克思列宁主义指导下，中国人民相继取得了新民主主义革命、社会主义革命和社会主义建设的伟大胜利。在这一伟大的历史进程中，中国共产党人创造性地探索和回答了什么是中国革命、怎样进行中国革命，什么是社会主义、怎样建设社会主义，建设什么样的党，怎样建设党，实现什么样的发展、怎样发展等重大理论和实际问题，实现了马克思主义中国化的两次历史性飞跃，产生了毛泽东思想和中国特色社会主义理论体系两大理论成果。这两大理论成果是不同历史时期的中国化马克思主义，是“主义”和“信仰”的结晶体，也正是这两大理论成为中国革命、建设和改革开放实践力量的来源。

■2011 年一分析题一37 题

结合材料回答问题：

郭明义，鞍山钢铁集团矿山公司齐大山铁矿采场公路管理员。几十年来，他照着雷锋那样去做，“把雷锋的道路作为自己的人生选择，把雷锋的境界作为自己的人生追求”，连续 15 年每天提前 2 小时上班，相当于多奉献了 5 年的工作量；连续 20 年先后 55 次无偿献血、捐献血小板，累计近 6 万毫升；连续 16 年为希望工程、工友、灾区群众捐款 12 万元，资助 180 多名特困生。可是，他一家至今还是住在一间不过 40 平米的旧楼房里。

有人曾不解地问郭明义，你这么做究竟值不值得？“如果发出一点光，放出一点热，能够换来孩子幸福的笑脸，换来他人生命之花的绽放，换来人与人之间的温暖和谐，这样的人生，我无怨无悔！”“给人温暖就是给自己幸福”。他是这样说的，也是这样做的。

30 年来，郭明义就像一支火把燃烧着自己，也燃旺着志愿者和社会上更多人的爱心。他 8 次发起捐献造血干细胞的倡议，得到 1700 多人的响应；他 7 次发起献血的建议，600 多人无偿献出 15 万毫升热血；他发起成立遗体（器官）捐献志愿者俱乐部，汇聚了 200 多名志愿者；他发起成立“郭明义爱心联队”，从 12 人已经发展到 2800 多人，捐款 40 余万元、资助特困生 1000 多名。

郭明义的精神是一块磁石，在鞍钢、在辽宁、在全国吸引汇集越来越多的人加入爱心行动，为他人奉献、为社会分忧、为国家尽责，凝聚成巨大的道德力量，推进着当代中国社会稳定和谐发展。郭明义的先进事迹体现了“简单中的伟大”。摘编自《人民日报》

(1)如何理解“给人温暖就是给自己幸福”？（6 分）

(2)为什么说郭明义的先进事迹是“简单中的伟大”？（4 分）

【答案要点】

(1)“给人温暖就是给自己幸福”体现出人生的自我价值和社会价值两个方面的内容和辩证关系，是郭明义的人生价值观的集中反映。（2 分）人生的自我价值是个体的人生活动对自己的生存和发展所具有的价值。人生的社会价值是个体的人生活动对社会、对他人所具有的价值。（2 分）人生的社会价值和自我价值，既相互区别，又相互联系。人生的社会价值是实现人生自我价值的基础。（2 分）

(2)“简单中的伟大”是人们对郭明义人生价值的评价。人生价值评价的根本尺度，是看一个人的人生活动是否符合社会发展的客观规律，是否促进了历史的进步，是否对社会和他人作出了贡献。（2 分）郭明义多年坚持做平凡简单的事情，但是他的精神是伟大的，境界是崇高的；他影响、带动了更多的人，起了很好的示范作用，产生的社会效应是广泛而深远的。（2 分）

【解读】

本题考查《思想道德修养与法律基础》第三章中“价值观与人生价值”、“人生价值的标准与评价”等知识点。

(1)本题第一问要求考生运用人生的自我价值和社会价值的关系分析说明“给人温暖就是给自己幸福”。

首先，阐述人生的自我价值与社会价值的关系。人生价值作为一种特殊价值，是指人的生活实践对于社会和个人所具有的作用和意义。人生价值包括人生的自我价值和社会价值。人生的自我价值，是个体的人生活动对自己的生存和发展所具有的价值，主要表现为对自身物质和精神需要的满足程度。人生的社会价值，是个体的人生活动对社会、他人所具有的价值。衡量人生的社会价值的标准是个体对社会和他人所作的贡献。人生的自我价值和社会价值既对立又统一。一方面，人生的自我价值是个体生存和发展的必要条件。个体完善自身，实现人生的自我价值是个体为社会创造更大价值的前提。另一方面，人的社会性决定了人生的社会价值是人生价值的最基本的内容，人生的社会价值是实现人生的自我价值的基础。任何个体都不能脱离社会而孤立地存在和发展。个体的物质和精神需要能否从社会、他人中得到满足，在多大程度上得到满足，取决于他的社会价值，即个体的人生活动对社会和他人的贡献。

其次，结合材料说明郭明义所说和所做的“给人温暖就是给自己幸福”。郭明义的说法和行为体现了人生的自我价值和社会价值的辩证统一，充分表明一个人努力为社会和他人作贡献，同时也就是满足了自己的需要，即人生的社会价值是实现人生的自我价值的基础。

(2)第二问要求考生根据人生价值的标准说明郭明义的先进事迹是“简单中的伟大”。

社会对于一个人的价值评价主要依据他对社会所作的贡献为标准。个体对社会、他人的发展贡献越大，其人生的社会价值就起大。评价人生价值的根本尺度，就是看一个人的人生活动是否符合社会发展的客观规律，是否通过实践促进了历史的进步。对人生价值的评价，一要坚持能力有大小与贡献须尽力相统一，二要坚持物质贡献与精神贡献相统一，三要坚持完善自身与贡献社会相统一，四要坚持动机与效果相统一。

人们对郭明义先进事迹的评价是“简单中的伟大”。郭明义几十年来，按照雷锋那样坚持做平凡简单的事情，其精神却是伟大而崇高的。他的精神吸引越来起多的人加人爱心行动，为他人奉献、为社会分忧、为国家尽责。他的榜样和示范作用，广泛而深远，推动着中国社会的稳定和谐发展。

■2011 年一分析题一38 题

结合材料回答问题：

金融危机发生后，某些西方国家的政要、媒体经常发表关于中国的言论，有“独秀”或“救世”之说，也有“责任”之论……林林总总，用词翻新。人们可看到一红一白“两张脸”：唱红脸者夸大中国的经济表现，动辄将一些不符合实际的高帽加诸中国，仿佛中国真成了世界经济的“救世主”，唱白脸者却将国际金融危机、全球失衡等责任归到中国头上。无论是明“捧”实“压”，还是借“批”卸“责”，万变不离其宗的都是鼓噪“中国责任论”。这既暴露出他们所谓“中国责任”的用心，也反映出其对“真实中国”的误解。摘编自新华网

针对材料中所反映的西方某些人士对中国的“捧”与“批”，谈谈什么是“真实的中国”以及中国的“责任”是什么。（10 分）

【答案要点】

西方某些人士关于中国“责任”的种种言论，仍是冷战思维，其实质是推卸责任、掩盖矛盾、打压和遏制中国的发展。（2 分）

改革开放 30 多年来，中国取得了举世瞩目的成就，综合国力日益增强；中国处在社会主义初级阶段；中国是一个名副其实、人口众多的发展中大国，面临世界上最大、最难解的课题；中国所走的是一条适合本国国情和时代潮流的发展道路。（4 分）

中国是国际社会中负责任的一员。独立自主、自力更生地把国内事情办好，就是对世界稳定与发展负责；中国积极承担国际责任，力所能及地参与全球和地区热点问题的解决、参与国际体系的建设、参与推进发展议程；中国的发展成果惠及世界，中国好了，世界得利；中国始终坚持走和平发展道路，即使强大了，也不会走西方“国强必霸”的老路。（4 分）

【解读】

本题考查《形势与政策以及当代世界经济与政治》的相关内容，涉及“中国的和平发展道路”、“推动建设和谐世界”以及“大国关系”等知识点。

(1)改革开放 30 多年来，中国发生了翻天覆地的变化。国家经济实力和综合国力大为增强，人民生活显着改善，社会文明程度大幅提升，国际交流与合作不断扩大。中国已经实现了由解决温饱到总体上达到小康的历史性跨越。但另一方面，今天的中国仍面临很多挑战：中国的人均水平较低，进一步发展受到能源、资源和环境的制约；总体上仍处于全球产业链的低端；区域发展不平衡，中西部和广大农村的不少地方仍然相当落后；社会保障体系不健全，就业压力很大；民主法制还不够健全，社会不公和贪污腐败等问题依然存在。中国现代化走到今天，先进落后并存，新旧矛盾交织，面临诸多前所未有的挑战。中国仍然处于社会主义初级阶段，仍然属于发展中国家。这就是我们的基本国情，这就是一个真实的中国。

(2)西方国家对中国的“捧”和“压”，看似两张面皮，其目的只有一个，就是要中国承担不应该也不可能承担的所谓“国际责任”，并以此推卸自身的国际责任，寻找当今各类国际问题的“替罪羊”。作为一个发展中国家，中国的责任表现在：中国高度重视发展社会生产力和提高人民的物质文化生活水平，致力于促进人类进步事业。中国通过总结实践经验，正在走一条科学发展之路。中国奉行独立自主的和平外交政策，根据事情本身的是非曲直确定自己的立场。中国坚定地维护世界和平，是国际体系的参与者、维护者和建设者。中国切实履行入世承诺，致力于建设公平、自由的国际贸易体制。中国认真落实联合国千年发展目标，向发展中国家提供真诚无私的援助。中国奉行防御性的国防政策，推进国际裁军和军控事业。

以上截录于“来胜 2012 考研政治真题解读”张子见老师主编一书

公共课知识家【英语】
一考研高频词汇、词频统计

频率在 100 次以上的词汇

Part n.部分；角色；作用；零件 v.使分开，分离，分别
Pass v.经过，走过；传递；通过（考试等） n.通行证，护照；关口
Ring n.戒指；铃声，按铃；圆圈，环；（打）电话 v.按（铃）；敲（钟）；（up）打电话
Tie n.领带，领结；联系，关系；约束，束缚 v.系，栓，捆
Passage n.通过；通路；段，节
Even ad.甚至，即使 a.平坦的；偶数的；均匀的
Cause n.原因；事业奋斗目标 v.引起，使产生
Sing v.唱，演唱；鸡叫
Long a./ad.长的，长远的，长期的 vi.（for）渴望

频率为 51—99 次的词汇

Count vt.数，计数，看作，认为 n.计数，计算，总数
arch n.拱门，拱形结构 v.拱起，（使）变成拱形
hang vt.悬，挂，垂吊；吊死
ratio n.比，比率
great a.伟大的；重大的；美妙的
sentence n.句子；判决，宣判 v.判决，宣判
inform vt.通知，向…报告；告密
direct a./ad.径直的，直接的 vt.指导
rent n.租金 vi.出租，租赁
tend v.趋向，往往是；照料，看护
dust n.灰尘，灰烬
being n.存在；生物；生命
mate n.伙伴，同事；配偶
stand vi.站，站立；坐落，位于，经受，忍受；坚持，维持原状 n.台，座
high a./ad.高高的(地)，高尚的（地）
care n.关怀，操心；小心，谨慎 v.关心；介意；计较
ease n.安逸，舒适，休闲；容易 v.减轻；使舒适，使安心
sheet n.被单；（一）张，（一）片，薄片；大片
sign n.标记，符号，招牌；征兆，迹象 v.签名（于），署名（于）
state n.州，国家，政府；状态，情况 v.陈述，说明
unit n.单位；单元；部件，组件；机组，装置
import v./n.输入，进口
ample a.充裕的；宽敞的
earn vt.赚得，挣得；获得
ought v. aux 早应该，本应，本当
section n.章节，部分；地区，部门，科；截面，剖面
bit n.一点，一些，一片
tell v.（from）辨别，区别；告诉，讲述；吩咐，命令；泄露，吐露

effect　n.结果；影响；效果
society　n.社会；团体，协会，社；社交界，上流社会
rough　a.粗糙的；粗略的，大致的；粗野的，粗暴的
number　vt.共计，达…之数；编码，加号码　n.数字，号码
seem　vi.好像，似乎
stem　n.词干；茎，干

频率为 31—50 次的词汇

Mad　a.发疯的；疯狂的
Rim　n.（圆物的）边，边缘；边界
Certain　a.确实的，肯定的；某一，某些
Process　n.过程，进程；制作法；工序；工艺　v.加工，处理
Hard　a.困难的；硬的；冷酷无情的；烈性的　ad.努力地；猛烈地；困难地
Aid　n.帮助，救护；助手，辅助物　v.援助，救援，帮助
Elect　vt.选举，推选；选择
Lack　n./v.缺乏，没有
Rope　n.绳子，索
Sin　n.罪，罪孽　vi.犯罪
Employ　vi.雇用；用；使忙于
Graph　n.(曲线)图，图表
Idea　n.主意，念头，思想
Trial　n.考验，试验；审讯
Without　prep.无，没有
Vice　n.罪恶；恶习；缺点　a.副的
Complete　a.完全的，彻底的
General　a.总的；一般的　n.将军
Growth　n.增长；增长量；生长
Rage　n.愤怒
Behavior　n.　行为，举止
Grow　vi.生长；变得；增长
Increase　n./v.增加
Logic　n.逻辑，推理；逻辑学
Oil　n.油；石油　vt.上油，涂油，给　…加润滑油
System　n.系统，体系；制度，体制
Economic　a.经济上的；经济学的
Hold　vt.抓住；保有，拥有；托住，支持；容纳；举行；有效，适用；持续
Dam　n.水坝，水堤
Found　vt.创立，创办；建立
Means　n.方法，手段，工具
Tag　n.货签；标签
Base　n.基础；底部；基地，根据地　v.把…基于；以…为根据地
Require　vt.需要；（of）要求，命令
Shed　n.棚；小屋　v.流出；发散，散发，脱落，脱去
Pond　n.池塘；　鱼塘
Appear　vi.出现；问世；仿佛
Lion　n.狮子；勇猛的人

Manage　vt.设法；对付
Patient　a.能忍耐的，有耐心的　n.病人，患者
Patent　a.专利的，特许的　n.专利，专利品，专利权
Mind　v.介意，注意，当心　n.头脑，精神；理智；想法，意见，心情，记忆
Organ　n.器官；机构；风琴
Owl　n.猫头鹰
Sly　a.狡猾的；偷偷摸摸的
Tow　v./n.拖引，牵引
Letter　n.信；证书；字母
Limit　n.限制；限度，局限；范围　v.限制，限定
Ski　n.滑橇　vi.滑雪
Account　n.帐目；叙述，说明　vt.说明，解释
Below　Prep./ad.在……下面；向下
Star　n.星，恒星；明星，名角

频率为21—30次的词汇

Heal　vt.治愈；使和解
Medical　a.医学的；医疗的；内科的
Service　n.服务，帮助；公共设施，公用事业；维护保养；行政部门，服务机构　v.维修，保养
Case　n.情况；事实；病例；案件；容器（箱子，盒子等）
Pain　n.疼；疼痛，劳苦，努力
Reign　v.（over）统治；支配；盛行，占优势　n.统治，统治时期，支配；朝代
Rob　v.（of）抢劫，盗取；非法剥夺
Force　vt.强迫，迫使
Pace　n.(一)步(距离)；步速　v.踱步
Alter　vt.改变，变更
Event　n.事件，大事；事变
Natural　a.自然的
Rally　n.集会；公路汽车赛　v.集合，团结；恢复(健康等)，重新振作
Sting　v/n.刺，刺痛，剧痛；叮
Theory　n.理论，原理；学说，见解，看法
Concern　n.关心，挂念；　vt.涉及，关系到
Edge　n.边缘；边
Flat　a.平的，扁平的；平淡的，乏味的　n.一套房子，平坦的部分
Govern　vt.统治，治理；支配
Mental　a.精神的；脑力的
Usual　a.通常的，平常的
Adapt　v.适应，适合；改编，改写
Fund　n.资金；基金；存款
Lend　vt.把...借给，贷款
Subject　n.主题；科目；主语　v.（to）使遭到，使服从　a.（to）易遭…的，受…支配的
Thus　ad.如此，这样；因而，从而
Vision　n.视觉，视力；眼力，想象力
Abandon　vt.放弃，抛弃
Energy　n.活力；精力；能，能量
Opera　n.歌剧

Oral　　a.口头的；口的
Rug　　n.小地毯；围毯
Sour　　a.酸的；发酸的；酸痛的；脾气坏的；刻薄的
Wide　　a.宽阔的；广泛的 ad.完全地，充分地
Amount　　n.数量，总额　v.合计，总共达
Paper　　vt.用纸包装(或覆盖)　n.纸；报纸；试卷；文章，论文
Raw　　a.未煮过的，生的；未加过工的，未经训练的
Sense　　n.感官，官能；感觉；判断力；见识；意义，意思
Special　　a.特别的；特殊的
Top　　n.顶部，上边，上面，首位，最高位　a.最高的　v.高过，超过，到达……顶部
Affect　　vt.影响；感动
Benefit　　n.利益；好处；恩惠　v.有益于，受益
Claim　　n.权利；断言；主张；索赔　v.要求；索赔；声称；主张
Create　　vt.创造；引起，产生
Customer　　n.顾客，主顾
Panel　　n.面，板；控制板，仪器盘；专门小组
Proper　　a.合乎体统的；适合的，恰当的；正当的；固有的，特有的有礼貌的，正派的；本身（的）
Rust　　n. 铁锈　v.（使）生锈，氧化
Shift　　vt.替换，转移；移动　n.转换，转变；（变）班，（换）班
Spot　　n.污点，斑点；地点，场所　v.认出，认清，发现；玷污，弄脏；用点作记号
Travel　　n.旅行　v.旅行，行进，传播
Verse　　n.诗，韵文；诗行
Consume　　vt.消耗，消费，耗尽
Critic　　n.批评家，爱挑剔的人；评论家
Demand　　v./n.要求；需要
Express　　vt.表示　n.快车，快递　a.特快的，快速的
Firm　　n.商行，商号，公司　a.坚固的，坚决的，稳固的
Improve　　v.使…更好，改善
Least　　a.最少的　ad.最少
Legal　　a.法律的；合法的
Machine　　n.机器；机械
Racket　　n.球拍
Reed　　n.芦苇，苇丛；芦笛，牧笛
select　　v.选择，挑选　a.精选的，选择的

频率为 16—20 次的词汇

Attitude　　n.态度，看法；姿势
Broad　　a.宽的，广阔的；豁达的
Carbon　　n.碳
Decline　　vt.下倾；偏斜；衰退；谢绝
Hole　　n.洞；孔眼，裂开处
Infer　　vt.推论，推断
Involve　　vt.使卷入；牵涉；包含，涉及
Matter　　n.事情；物质，物体；毛病，麻烦
Moral　　a.道德的；合乎道德的
Offer　　vt.提供；提出　n.提供

Picture n.图画，照片；美景；影片 v.画，描述，想象
Space n.间隔，距离；空地，余地；空间，太空 v.留间隔，隔开
Vest n.汗衫；背心；内衣
Continue vt.继续，连续；延伸
Cure vt.医治；消除 n.治愈
Drug n.药，药物，药材
Forget vt.忘记，遗忘
Function n.功能；职务；函数
Issue n.问题，争论，争端；发行，发行物 vt.发行，发表，颁布；流出，放出
Nut n.坚果，干果；螺母
Relation n.关系，联系；家属，亲戚
Title n.书名， 标题；头衔 ，称号
Journal n.日报，杂志；日志
Nature n.大自然，自然界
Rot v.(使)腐烂，(使)腐败，腐朽
Trust v.信任，依赖；盼望，希望；委托 n.信任，依赖；委托，信托
Advocate n.提倡者，鼓吹者 vt.提倡，鼓吹
Assist vt.援助，帮助
Comb n.梳子
Goods n.商品；货物
Ground n.地；场地；根据
Harm n.伤害，损害 vt.损害
Identify vt.认出，识别，鉴定；把…看作
Line v.沿...排列，排队 n.线；路线，航线；排；界线
Neat a.整洁的；整齐的
Order n.定货，定货单；命令；次序；秩序，治安，整齐；等级 v.制，定制，订购
Purpose n.目的；意图；效果，用途
Roll vi.滚动，转动；（使）摇晃；绕，卷；（up）卷起，卷拢 n.卷，卷形物，面包卷；名单
Sell v.卖，出售
Sequence n.连续，数列；次序，先后
Together ad.共同，一起，合起来，聚拢地
Central a.中心的，中央的，中枢的；主要的
Concept n.概念，观念，思想
Court n.法院，法庭；庭院；宫廷，朝廷；球场
Creation n.创造，创作物 ，发明
Cut vt.切；割；砍；删减
Detail n.细节；枝节；零件 v.详述
Dig vt.掘，挖；采掘
Election n.选举，选择权；当选
Extend vt.延长；扩大；致
Full a.满，完全的，充分的 ad.完全，充分
Lane n.(乡间)小路；跑道；行车道
Lay vt.放，搁；下(蛋)
Learning n.学习；学问，知识
Measure vt.量，测量 n.尺寸，大小；措施，办法
Private a.私人的；私下的，个人的，秘密的

Skill　　n.技能，技巧，手艺；熟练
Speaker　n.扬声器，说话人，演讲人
Spend　　v.花费；消耗，用尽；度过，消磨
Teach　　v.教，教授，教训
Treat　　vt.治疗；论述，探讨；款待，请客；对待；处理　　n.款待，请客
Visit　　n.访问，参观，作客　v.访问，参观，视察，巡视，常去
Warm　　a.暖和的，温暖的，热心的，热情的　v.（使）变暖

频率为 11—15 次的词汇

Acquire　vt.取得；获得；学到
Brain　　n.大脑；脑力，智能
Capital　a.首位的，最重要的，基本　　n.资本，资金；首都
Courage　n.勇气，胆量，胆识
Goal　　n.球门；得分；目的
Intend　vt.想要，打算；意指
Label　　n.标签；标记，符号
Land　　n.陆地，土地；田地，国土，国家　　v.（使）登陆，（使）着陆
Major　　a.较大的　　n.专业，专业学生，少校　　v.主修，专攻
Obtain　vt.获得，得到，
Obvious　a.明显的，显而易见的
Plane　　n.平面，水平面；飞机
Remark　v.（on）评论，谈论；注意到，察觉　n.（about，on）评语，议论，意见
Sound　　a.健康的，完好的；正当的，有根据的；彻底的，充分的　v.发声，响；听起来 n.声音，声响
Stab　　v./n.刺，戳
Tempt　　v.，引诱，吸引，使感兴趣
Trend　　vi.伸向；倾向　n.倾向，趋势
Trouble　n.烦恼，麻烦，动乱，纠纷，疾病，故障；辛苦，费心　v.（使）烦恼，麻烦
Type　　n.型，类型，铅字　　v.打字
Combine　vt.结合，联合
Compare　vt.比较，相比，对比；比作
creative　a.创造性的，创作的
describe　vt.形容；描写，描绘
effort　n.努力；努力的成果；艰难地尝试
especial　a.特别的，特殊的
grant　　n.授予物，拨款；同意，给予
happen　vi.(偶然)发生
memory　n.记忆；回忆；存储
occur　　vi.发生；出现；被想到，被想起
pattern　n.型，式样，模，模型，图样　　v.仿制，模仿
project　n.方案，工程，计划　　vi.投射，放映；（使）凸出，（使）伸出；设计规划
serious　a.严肃的；主要的；严重的，危急的；认真的
specific　a.明确的；具体的；特定的，特有的
sphere　n.球，圆体；范围，领域
status　n.地位，身份；情形，状况
void　　a.空的，空虚的；没有的，缺乏的；无效的
wave　　n.波，波浪；（挥手）示意，致意；飘扬，起伏 v.（挥手）示意，致意；波动，飘动

wise　　a.有智慧，聪明的
attack　　vt.进攻，着手，开始　n.（病情）发作；　进攻，着手，开始
attend　　v.出席，参加；照顾，护理
auto　　n.汽车
blank　　a.空白的，失色的　n.空白，表格
chairman　n.主席；议长，会长，董事长
climate　n.气候，风气，社会风潮
commit　　vt.犯(错误)，干(坏事)；把…委托给，托付给
drop　　vt.使落下；降低
hit　　vt.打；击中；撞；到达，完成　　n.一击，击中；轰动一时地人或事物
interact　vi.相互作用
learned　a.有学问的；学术上的
maintain　vt.维持；赡养；维修；坚持，主张
manner　n.方式；态度；礼貌
meeting　n.聚集，集会，会见
mess　　n.混乱，混杂，肮脏
physical　a.物理的，自然科学的；有形的，物质的；肉体的，身体的；
poet　　n.诗人
similar　a.相似的，类似的
tire　　v.（使）疲劳；使厌倦　　n.轮胎，车胎
trait　　n.特征，特点，特性
wood　　n.木头，木材；　[pl.]小森林，树林
worth　　n.价值　a.值…的，价值…的值得…的
amateur　a.业余的　　n.业余爱好者
approach　vt.向…靠近　　n.方法，途径，探讨
assure　　vt.使确信；保证
attach　　vt.缚，系；使隶属，使依附
credit　　n.信用贷款；信用；名誉，名望；光荣，功劳；学分
deliver　vt.投递，送交；发表
distinct　a.独特的，截然不同的；清楚的，明显的
exhibit　vt.显示；陈列，展览
extreme　n.极端，最大的程度，极度　a.末端的，尽头的；极度的，极端的
further　vt.增进，促进　ad.更远，更往前　　a.更进一步的
highway　n.公路；大路
judge　　n.法官，审判员；裁判员，评判员；鉴定人　v.审判，判决；评定，裁判；断定，判断
later　　ad.后来；过一会儿
layer　　n.层，层次；铺设者
leader　　n.领袖；领导人
local　　a.地方的；局部的
loss　　n.遗失；损失；失败；亏损
mend　　vt.改正，修正；改进
origin　　n.起源，由来；出身，来历
provided　conj.假如，只要，倘若
relate　　vt.叙述，讲述；使互相关联
relevant　a.有关的，相应的，适当的，中肯的；实质性的，有重大意义的
remain　　vi.剩下，余留；留待，尚须；仍然是，依旧是

risk　　n.风险，危险，冒险　　v.冒…的危险
rude　　a.无礼的，粗鲁的；猛烈的，残暴的；粗糙的，粗陋的
settle　　v.安定，安顿；停息；安居；解决，调停
site　　n.地点，位置；场所
stake　　n.桩，标桩；赌注，利害关系
suffer　　v.受痛苦，患病；受损失；遭受；忍受，忍耐
threat　　n.威胁，恐吓，凶兆
universe　n.宇宙，世界
argue　　vi.争论，辩论，主张，说服
beyond　　prep.在…的那边，远于，迟于，超出
bid　　v.祝愿；命令；报价
cast　　vt.投，扔，抛；浇铸　　n.演员表
comment　　n./v.注释，评论，意见
complex　　a.复杂的，合成的，综合的
connect　　vt.连接，连结；联系
couple　　n.一对；夫妇；力偶，电偶
desire　　vt.欲望；要求　　n.愿望，欲望，要求
emphasis　n.强调，重点，重要性
employee　n.受雇者，雇员，雇工
historic　a.有历史意义的，历史地
holder　　n.持有/所有人，支持物
hut　　n.小屋；棚屋；茅屋
imply　　vt.暗示，意指
inner　　a.内部的；内心的
listener　n.听者，听众之一
liver　　n.肝；肝脏
medicine　n.医学；内科学；内服药
mission　　n.使命，任务；使团，代表团
notice　　vt.注意　　n.通知；注意
outline　　n.轮廓；略图；大纲，梗概　　v.概述，略述
perform　　vt.履行；表演，行动；表演；演出
pick　　n.镐，鹤嘴锄　　v.拾，采，摘；挑选，选择
porter　　n.搬运工人；门房
press　　n.报刊，出版社，通讯社；压榨机；压，按，　v.压，按；压榨，压迫；紧迫，催促，逼迫
prevent　　vt.预防，防止；阻止
push　　v.推，逼迫，催逼　　n.推，推力；促进，推进
radical　　a.基本的，重要的；激进的，极端的；根本的
scar　　n.伤疤，伤痕；创伤
seek　　v.（after，for）寻找，探索；试图，企图
simply　　ad.简单地；仅仅，只不过；朴素地；完全，简直
speech　　n.言语，语言；演说，讲话
stock　　n.备料，库存，现货；股票，　v.储存
stress　　n.压力，应力；重音　v.着重，强调
trade　　vi.经商，交易　　n.贸易，商业；职业，行业
tribute　　n.贡品；颂词，称赞，(表示敬意的）礼物
urge　　v.催促，力劝；强烈希望；鼓励，促进　　n.强烈欲望，迫切要求

valid　　a.有效的；合理的，有根据的
verbal　　a.用言辞的，用文字的；口头的；动词的
wind　　n.风；气息，呼吸　v.绕，缠；上发条
within　　prep.在…里面，在…以内　ad.在内
access　　n.接近；通道，入口；接近(或进入)的方法
announce　vt.宣布，发表；报告…的来到
cash　　n.现金，现款
consist　vi.由…组成；在于，存在于
contract　n.契约，合同；婚约
core　　n.果实的心，核心
critical　a.决定性的；批评的；临界的
defend　　vt.保卫，防守；辩护，答辩
excess　　n.超越；过量；过度
focus　　vi.聚焦，注视　n.焦点
former　　a.在前的　pron.前者
fuel　　n.燃料　vt.给…加燃料
nearly　　ad.几乎，差不多
official　a.官方的，正式的　n.官员
opinion　n.意见，看法，主张
Ounce　　n.盎司，英两
Owner　　n.物主，所有人
Progress　n.进展；进步　v.前进，进展；进步
Reject　　v.拒绝，抵制，驳回；丢弃；排斥，退掉
Relative　a.有关系的，相关的；相对的，比较的
Resident　a.居住的　n.居民，常住者
Scatter　v.散开，驱散；散步，散播
Sigh　　n 叹息声，叹息　v.叹息，叹气
Spit　　v.吐痰，吐唾沫　n.唾液
Spite　　n.恶意，怨恨
Stage　　n.舞台，戏剧；阶段，时期
Strange　a.陌生的，生疏的；奇异的，奇怪的；外地的，异乡的
Survive　v.幸免于，幸存；比…长命
Tale　　n.传说；故事
Traffic　n.交通，交通量

以上截录于“来胜春季班”王令老师讲义

公共课知识家【数学】
超经典数学考点与题型归类分析－高等数学

■高数第一章《函数、极限、连续》

求极限题最常用的解题方向：1.利用等价无穷小；2.利用洛必达法则，对于 $\frac{0}{0}$ 型和 $\frac{\infty}{\infty}$ 型的题目直接用洛必达法则，对于 0^{∞} 、∞^{0} 、1^{∞} 型的题目则是先转化为 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型，再使用洛比达法则；3.利用重要极限，包括 $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sin x}=1$ 、$\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$ 、$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{x}=e$ ；4.夹逼定理。

■高数第二章《导数与微分》、第三章《不定积分》、第四章《定积分》

第二章《导数与微分》与前面的第一章《函数、极限、连续》、后面的第三章《不定积分》、第四章《定积分》都是基础性知识，一方面有单独出题的情况，如历年真题的填空题第一题常常是求极限；更重要的是在其它题目中需要做大量的灵活运用，故非常有必要打牢基础。

对于第三章《不定积分》，陈文灯复习指南分类讨论的非常全面，范围远大于考试可能涉及的范围。在此只提醒一点：不定积分 $\int f(x)dx=F(x)+C$ 中的积分常数 C 容易被忽略，而考试时如果在答案中少写这个 C 会失一分。所以可以这样建立起二者之间的联系以加深印象：定积分 $\int f(x)dx$ 的结果可以写为 F(x)+1，1 指的就是那一分，把它折弯后就是 $\int f(x)dx=F(x)+C$ 中的那个 C,漏掉了 C 也就漏掉了这 1 分。

第四章《定积分及广义积分》可以看作是对第三章中解不定积分方法的应用，解题的关键除了运用各种积分方法以外还要注意定积分与不定积分的差异——出题人在定积分题目中首先可能在积分上下限上做文章：对于 $\int_{-a}^{a}f(x)dx$ 型定积分，若 f(x)是奇函数则有 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=0$；若 f(x)为偶函数则有 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)dx$ ；对于 $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx$ 型积分，f(x)一般含三角函数，此时用 $t=\frac{\pi}{2}-x$ 的代换是常用方法。所以解这一部分题的思路应该是先看是否能从积分上下限中入手，对于对称区间上的积分要同时考虑到利用变量替换 x=-u 和利用性质 $\int_{-a}^{a}奇函数=0$ 、$\int_{-a}^{a}偶函数=2\int_{0}^{a}偶函数$ 。在处理完积分上下限的问题后就使用第三章不定积分的套路化方法求解。这种思路对于证明定积分等式的题目也同样有效。

■高数第五章《中值定理的证明技巧》

由本章《中值定理的证明技巧》讨论一下证明题的应对方法。用以下这组逻辑公式来作模型：假如有逻辑推导公式 A⇒E、(A∩B)⇒C、(C∩D∩E)⇒F,由这样一组逻辑关系可以构造出若干难易程度不等的证明题，其中一个可以是这样的：条件给出 A、B、D，求证 F 成立。

为了证明 F 成立可以从条件、结论两个方向入手，我们把从条件入手证明称之为正方向，把从结论入手证明称之为反方向。正方向入手时可能遇到的问题有以下几类：1.已知的逻辑推导公式太多，难以从中找出有用的一个。如对于证明 F 成立必备逻辑公式中的 A⇒E 就可能有 A⇒H、A⇒(I∩K)、(A∩B) ⇒M 等等公式同时存在，有的逻辑公式看起来最有可能用到，如(A∩B) ⇒M，因为其中涉及了题目所给的 3 个条件中的 2 个，但这恰恰走不通； 2.对于解题必须的关键逻辑推导关系不清楚，在该用到的时候想不起来或者弄错。如对于模型中的(A∩B) ⇒C，如果不知道或

弄错则一定无法得出结论。从反方向入手证明时也会遇到同样的问题。

通过对这个模型的分析可以看出，对可用知识点掌握的不牢固、不熟练和无法有效地从众多解题思路中找出答案是我们解决不了证明题的两大原因。

针对以上分析，解证明题时其一要灵活，在一条思路走不通时必须迅速转换思路，而不应该再从头开始反复地想自己的这条思路是不是哪里出了问题；另外更重要的一点是如何从题目中尽可能多地获取信息。

当我们解证明题遇到困难时，最常见的情况是拿到题莫名其妙，感觉条件与欲证结论简直是风马牛不相及的东西，长时间无法入手；好不容易找到一个大致方向，在做若干步以后却再也无法与结论拉近距离了。从出题人的角度来看，这是因为没能够有效地从条件中获取信息。“尽可能多地从条件中获取信息”是最明显的一条解题思路，同时出题老师也正是这样安排的，但从题目的“欲证结论”中获取信息有时也非常有效。如在上面提到的模型中，如果做题时一开始就想到了公式 $(C \mid D \mid E) \Rightarrow F$ 再倒推想到 $(A \mid B) \Rightarrow C$、$A \Rightarrow E$ 就可以证明了。

如果把主要靠分析条件入手的证明题叫做“条件启发型”的证明题，那么主要靠“倒推结论”入手的“结论启发型”证明题在中值定理证明问题中有很典型的表现。其中的规律性很明显，甚至可以以表格的形式表示出来。下表列出了中值定理证明问题的几种类型：

	条件	欲证结论	可用定理
A	关于闭区间上的连续函数，常常是只有连续性已知	存在一个 ε 满足某个式子	介值定理（结论部分为：存在一个 ε 使得 $f_{(\varepsilon)}=k$） 零值定理（结论部分为：存在一个 ε 使得 $f_{(\varepsilon)}=0$）
B	条件包括函数在闭区间上连续、在开区间上可导	存在一个 ε 满足 $f^{(n)}{}_{(\varepsilon)}=0$	费尔马定理（结论部分为：$f'_{(x_0)}=0$） 洛尔定理（结论部分为：存在一个 ε 使得 $f'_{(\varepsilon)}=0$）
C	条件包括函数在闭区间上连续、在开区间上可导	存在一个 ε 满足 $f^{(n)}{}_{(\varepsilon)}=k$	拉格朗日中值定理（结论部分为：存在一个 ε 使得 $f'_{(\varepsilon)}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$） 柯西中值定理（结论部分为：存在一个 ε 使得 $\frac{f'_{(\varepsilon)}}{g'_{(\varepsilon)}}=\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$） 另外还常利用构造辅助函数法，转化为可用费尔马或洛尔定理的形式来证明

从上表中可以发现，有关中值定理证明的证明题条件一般比较薄弱，如表格中 B、C 的条件是一样的，同时 A 也只多了一条“可导性”而已；所以在面对这一部分的题目时，如果把与证结论与可能用到的几个定理的的结论作一比较，会比从题目条件上挖掘信息更容易找到入手处。故对于本部分的定理如介值、最值、零值、洛尔和拉格朗日中值定理的掌握重点应该放在熟记定理的结论部分上；如果能够做到想到介值定理时就能同时想起结论“存在一个 ε 使得 $f_{(\varepsilon)}=k$”、看到题目欲证结论中出现类似“存在一个 ε 使得 $f_{(\varepsilon)}=k$”的形式时也能立刻想到介值定理；想到洛尔定理时就能想到式子 $f'_{(\varepsilon)}=0$；而见到式子 $\frac{f'_{(\varepsilon)}}{g'_{(\varepsilon)}}=\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$ 也如同见到拉格朗日中值定理一样，那么在处理本部分的题目时就会轻松的多，时常还会收到“豁然开朗”的效果。所以说，“牢记定理的结论部分”对作证明题的好处在中值定理的证明问题上体现的最为明显。

综上所述，针对包括中值定理证明在内的证明题的大策略应该是“尽一切可能挖掘题目的信息，不仅仅要从条件上充分考虑，也要重视题目欲证结论的提示作用，正推和倒推相结合；同时保持清醒理智，降低出错的可能”。希望这些想法对你能有一点启发。不过仅仅弄明白这些离实战要求还差得很远，因为在实战中证明题难就难在答案中用到的变形转换技巧、性质甚至定理我们

当时想不到；很多结论、性质和定理自己感觉确实是弄懂了、也差不多记住了，但是在做题时那种没有提示、或者提示很少的条件下还是无法做到灵活运用；这也就是自身感觉与实战要求之间的差别。

这就像在记英语单词时，看到英语能想到汉语与看到汉语能想到英语的掌握程度是不同的一样，对于考研数学大纲中“理解”和“掌握”这两个词的认识其实是在做题的过程中才慢慢清晰的。我们需要做的就是靠足量、高效的练习来透彻掌握定理性质及熟练运用各种变形转换技巧，从而达到大纲的相应要求，提高实战条件下解题的胜算。依我看，最大的技巧就是不依赖技巧，做题的问题必须要靠做题来解决。

■高数第六章《常微分方程》

本章常微分方程部分的结构简单，陈文灯复习指南对一阶微分方程、可降阶的高阶方程、高阶方程都列出了方程类型与解法对应的表格。历年真题中对于一阶微分方程和可降阶方程至少是以小题出现的，也经常以大题的形式出现，一般是通过函数在某点处的切线、法线、积分方程等问题来引出；从历年考察情况和大纲要求来看，高阶部分不太可能考大题，而且考察到的类型一般都不是很复杂。

对于本章的题目，第一步应该是辨明类型，实践证明这是必须放在第一位的；分清类型以后按照对应的求解方法按部就班求解即可。这是因为其实并非所有的微分方程都是可解的，在大学高等数学中只讨论了有限的可解类型，所以出题的灵活度有限，很难将不同的知识点紧密结合或是灵活转换。这样的知识点特点就决定了我们可以采取相对机械的“辨明类型——〉套用对应方法求解”的套路 ，而且各种类型的求解方法正好也都是格式化的，便于以这样的方式使用。

先讨论一下一阶方程部分。这一部分结构清晰，对于各种方程的通式必须牢记，还要能够对易混淆的题目做出准确判断。各种类型都有自己对应的格式化解题方法，这些方法死记硬背并不容易，但有规律可循——这些方法最后的目的都是统一的，就是把以各种形式出现的方程都化为 f(x)dx=f(y)dy 这样的形式，再积分得到答案。对于可分离变量型方程 $f_1(x)g_1(y)dx+f_2(x)g_2(y)dy=0$，就是变形为 $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx=-\frac{g_2(y)}{g_1(y)}dy$，再积分求解；对于齐次方程 $y'=f(\frac{y}{x})$ 则做变量替换 $u=\frac{y}{x}$，则 y' 化为 $u+x\frac{du}{dx}$，原方程就可化为关于 u和x 的可分离变量方程，变形积分即可解；对于一阶线性方程 $y'+p(x)y=q(x)$ 第一步先求 $y'+p(x)y=0$ 的通解，然后将变形得到的 $\frac{dy}{y}=-p(x)dx$ 积分，第二步将通解中的 C 变为 C(x)代入原方程 $y'+p(x)y=q(x)$ 解出 C(x)后代入即可得解；对于贝努利方程 $y'+p(x)y=q(x)\ \ y^n$，先做变量代换 $z=y^{1-n}$ 代入可得到关于 z、x 的一阶线性方程，求解以后将 z 还原即可；全微分方程 M(x,y)dx+N(x,y)dy 比较特殊，因为其有条件 $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}$，而且解题时直接套用通解公式 $\int_{x_0}^{x}M(x,y_0)dx+\int_{y_0}^{y}N(x,y\ \ )dy=C$。

所以，对于一阶方程的解法有规律可循，不用死记硬背步骤和最后结果公式。对于求解可降阶的高阶方程也有类似的规律。对于 $y^{(n)}=f(x)$ 型方程，就是先把 $y^{(n-1)}$ 当作未知函数 Z，则 $y^{(n)}=Z'$ 原方程就化为 $dz=f(x)dx$ 的一阶方程形式，积分即得；再对 $y^{(n-2)}$、$y^{(n-3)}$ 依次做上述处理即可求解；

$y''=f(x,y')$ 叫不显含 y 的二阶方程，解法是通过变量替换 $y'=p$、$y''=p'$ （p 为 x 的函数）将原方程化为一阶方程；$y''=f(y,y')$ 叫不显含 x 的二阶方程，变量替换也是令 $y'=p$ （但此中的 p 为 y 的函数），则 $y''=\frac{dp}{dy}\frac{dy}{dx}=p\frac{dp}{dy}=pp'$，也可化为一阶形式。

所以就像在前面解一阶方程部分记“求解齐次方程就用变量替换 $\frac{y}{x}=u$ ”，“求解贝努利方程就用变量替换 $z=y^{1-n}$ ”一样，在这里也要记住“求解不显含 y 的二阶方程就用变量替换 $y'=p$ 、 $y''=p'$ ”、“求解不显含 x 的二阶方程就用变量替换 $y'=p$ 、 $y''=pp'$ ”。

大纲对于高阶方程部分的要求不高，只需记住相应的公式即可。其中二阶线性微分方程解的结构定理与线性代数中线性方程组解的结构定理非常相似，可以对比记忆：

若 $y_1(x)$ 、$y_2(x)$ 是齐次方程 $y'+p(x)y'+q(x)y=0$ 的两个线性无关的特解，则该齐次方程的通解为 $\varphi(x)=c_1y_1(x)+c_2y_2(x)$	若齐次方程组 Ax=0 的基础解系有(n-r)个线性无关的解向量，则齐次方程组的通解为 $x=k_1y_1+k_2y_2+\cdots+k_{n-r}y_{n-r}$
非齐次方程 $y'+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的通解为 $y=c_1y_1(x)+c_2y_2(x)+y_1^*(x)$，其中 $y_1^*(x)$ 是非齐次方程的一个特解， $c_1y_1(x)+c_2y_2(x)$ 是对应齐次方程 $y'+p(x)y'+q(x)y=0$ 的通解	非齐次方程组 Ax=b 的一个通解等于 Ax=b 的一个特解与其导出组齐次方程 Ax=0 的通解之和
若非齐次方程有两个特解 $y_1(x)$ $y_2(x)$，则对应齐次方程的一个解为 $y(x)=y_1(x)-y_2(x)$	若 r_1 、 r_2 是方程组 Ax=b 的两个特解，则(r_1-r_2)是其对应齐次方程组 Ax=0 的解

由以上的讨论可以看到，本章并不应该成为高数部分中比较

难办的章节，因为这一章如果有难点的话也仅在于“如何准确无误地记忆各种方程类型及对应解法”，也可以说本章难就难在记忆量大上。

■高数第七章《一元微积分的应用》

本章包括导数应用与定积分应用两部分，其中导数应用在大题中出现较少，而且一般不是题目的考察重点；而定积分的应用在历年真题的大题中经常出现，常与常微分方程结合。典型的构题方式是利用变区间上的面积、体积或弧长引出积分方程，一般需要把积分方程中的变上限积分 $\int_a^x f(t)dt$ 单独分离到方程的一端形成“ $\int_a^x f(t)dt$ ＝∽”的形式，在两边求导得到微分方程后套用相关方程的对应解法求解。

对于导数应用，有以下一些小知识点：

1. 利用导数判断函数的单调性和研究极、最值。其中判断函数增减性可用定义法或求导判断，判定极、最值时则须注意以下两点： A. 极值的定义是：对于 x_0 的邻域内异于 x_0 的任一点都有 $f(x)$ ＞ $f(x_0)$ 或 $f(x)$ ＜ $f(x_0)$,注意是＞或＜ 而不是≥或≤； B. 极值点包括图 1、图 2（下图 1、图 2）两种可能，所以只有在 $f(x)$ 在 x_0 处可导且在 x_0 处取极值时才有 $f'(x)=0$ 。以上两点都是实际做题中经常忘掉的地方，故有必要加深一下印象。

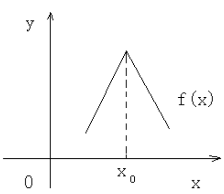


图 1

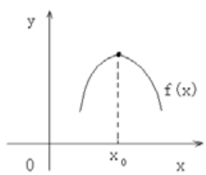


图 2

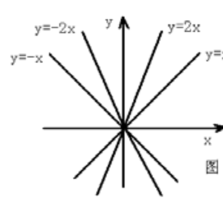
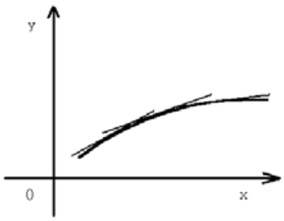


图 3

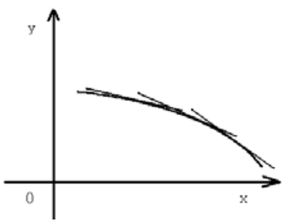
2. 讨论方程根的情况。这一部分常用定理有零值定理（结论部分为 $f_{(\varepsilon)}=0$ ）、洛尔定理（结论部分为 $f'_{(\varepsilon)}=0$ ）；常用到构造辅助函数法；在作题时，画辅助图会起到很好的作用，尤其是对于讨论方程根个数的题目，结合函数图象会比较容易判断。

3. 理解区分函数图形的凸凹性和极大极小值的不同判定条件：A.若函数 $f(x)$ 在 区间 I 上的 $f''(x)<0$，则 $f(x)$ 在 I 上是凸的；若 $f(x)$ 在 I 上的 $f''(x)>0$，则 $f(x)$ 在 I 上是凹的；B.若 $f(x)$ 在点 x_0 处有 $f'_{(x)}=0$ 且 $f''(x_0)\neq 0$，则当 $f''(x_0)<0$ 时 $f(x_0)$ 为极大值，当 $f''(x_0)>0$ 时 $f(x_0)$ 为极小值。

   其中，A 是判断函数凸凹性的充要条件，根据导数定义， $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的变化率， $f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的变化率。 $f'_{(x)}>0$ 可以说明函数是增函数，典型图像是(上图 3)； $f''(x)<0$ 可以说明函数 $f(x)$ 的变化率在区间 I 上是递减的，包括以下两种可能：

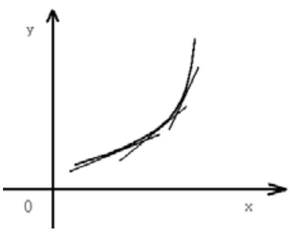
a. 

此时 $f'(x)$ 为正，且随 x 变大而变小（大小关系可参考图 3）；

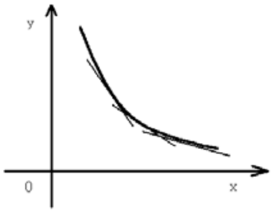
b. 

此时 $f'(x)$ 为负，随 x 变大而变小（大小关系可参考图 3）；

同样， $f''(x)>0$ 也只有两种对应图像：

c. 

此时 $f'(x)$ 为正，随着 x 变大而变大；

d. 

此时 $f'(x)$ 为负，随 x 变大而变大。

所以，当 $f''(x)<0$ 时，对应  或  的函数图像，是凸的；当 $f''(x)>0$ 时，对应  或  的函数图像，是凹的。

相比之下，判断函数极大极小值的充分条件比判断函数凸凹性的充要条件多了“ $f'_{(x)}=0$ 且 $f''(x_0)\neq 0$ ”，这从图像上也很容易理解：满足 $f''(x)<0$ 的图像必是凸的，即  或 ，当 $f'_{(x)}=0$ 且 $f''(x_0)\neq 0$ 时不就一定是

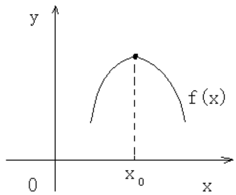
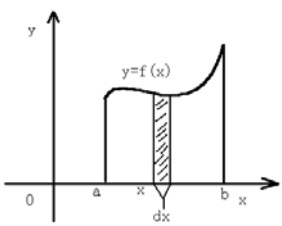


图 2

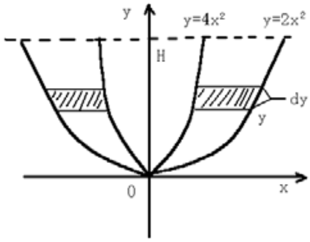
的情况吗。

对于定积分的应用部分，首先需要对微元法熟练掌握。在历年考研真题中，有大量的题是利用微元法来获得方程式的，微元法的熟练应用是倍受出题老师青睐的知识点之一；但是由于微元法这种方法本身有思维上的跳跃，对于这种灵活有效的方法必须通过足量的练习才能真正体会其思想。在此结合函数图像与对应的微元法核心式来归纳微元法的三种常见类型：

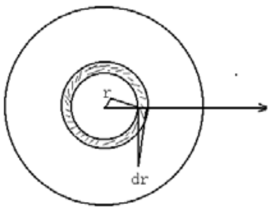


1. 薄桶型： 本例求的是由平面图型 a≤x≤b, 0≤y≤f(x) 绕 y 轴旋转所形成的旋转体体积。方法是在旋转体上取一薄桶型形体（如上图阴影部分所示），则根据微元法思想可得薄桶体积 $dv=2\pi xf(x)dx$ ，其中 $f(x)$ 是薄桶的高， $2\pi xf(x)$ 是薄桶展开变成薄板后的底面积， dx 就是薄板的厚度；二者相乘即得体积。

对 $dv=2\pi xf(x)dx$ 积分可得 $V=\int 2\pi xf(x)dx$ 。在这个例子中，体现微元法特色的地方在于：1. 虽然薄桶的高是个变化量，但却用 $f(x)$ 来表示；2. 用 dx 表示薄桶的厚度；3. 核心式 $dv=2\pi xf(x)dx$ 。



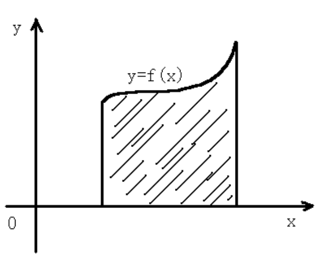
2. 薄饼型： 本例求的是由抛物线 $y=x^2$ 及 $y=4x^2$ 绕 y 轴旋转形成的高 H 的旋转体体积，方法是取如上图阴影部分所示的一个薄饼型形体，可得微元法核心式 $dv=\pi(y-\frac{y}{4})dy$ 。其中 $\pi(y-\frac{y}{4})$ 是薄饼的底面积，薄饼与 $y=x^2$ 旋转面相交的圆圈成的面积是 πr^2，∵ $r=x$ ，∴ $\pi r^2=\pi x^2=\pi y$ ；同理薄饼与 $y=4x^2$ 旋转面相交的圆圈成的面积是 $\frac{\pi y}{4}$， 二者相减即得薄饼底面积。核心式中的 dy 是薄饼的高。这个例子中的薄饼其实并不是上下一般粗的圆柱，而是上大下小的圆台，但将其视为上下等粗来求解，这一点也体现了微元法的特色。

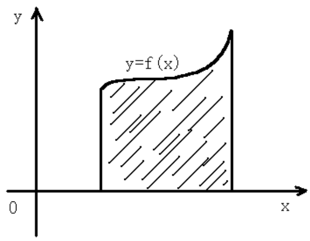
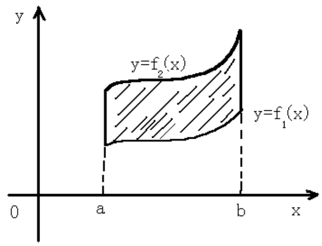
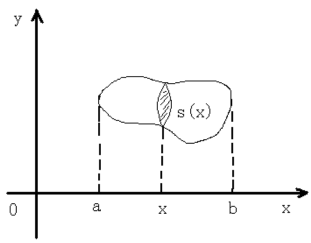
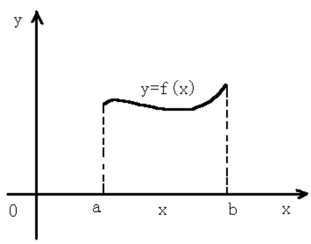


3. 薄球型： 本例求球体质量，半径为 R ，密度 $\mu=r^2$， 其中 r 指球内任意一点到球心的距离。方法是取球体中的一个薄球形形体，其内径为 r 厚度为 dr ，对于这个薄球的体积有 $dv=4\pi rr^2dr$ ，其中 $4\pi r^2$ 是薄球表面积， dr 是厚度。该核心式可以想象成是将薄球展开、摊平得到一个薄面以后再用底面积乘高得到的。由于 dr 很小，故可认为薄球内质量均匀，为 $\mu=r^2$ ，则薄球质量 $dm=4\pi r^2\cdot r^2dr=4\pi r^4dr$ ，积分可得结果。本例中"用内表面的表面积 $4\pi r^2$ 乘以薄球厚度 dr 得到核心式"、"将 dv 内的薄球密度视为均匀"体现了微元法的特色。

通过以上三个例子谈了一下了我对微元法特点的一点认识。这种方法的灵活运用必须通过自己动手做题体会才能实现，因为其中一些逻辑表面上并不符合常规思维，但也许这正是研究生入学考试出题老师喜欢微元法的原因。

关于定积分的应用，以下补充列出了定积分各种应用的公式表格：

求平面图形面积	 $s=\int_a^b f(x)dx$

求旋转体体积（可用微元法也可用公式）	 左图中图形绕 x 轴旋转体的体积 $Vx=\pi\int_a^b f^2(x)dx$，绕 y 轴旋转体得体积 $Vy=2\pi\int_a^b xf(x)dx$  左图中图形绕 x 轴旋转体的体积 $Vx=\pi\int_a^b [f_2^2(x)-f_1^2(x)]dx$，绕 y 轴旋转体得体积 $Vy=2\pi\int_a^b x[f_2(x)-f_1(x)]dx$
已知平行截面面积求立体体积	 $V=\int_a^b s(x)dx$
求平面曲线的弧长	 $l=\int_a^b \sqrt{1+(y')^2}dx$

■**高数第八章《无穷级数》**

本章在考研真题中最频繁出现的题型包括“判断级数敛散性”、“级数求和函数”和“函数的幂级数展开”。其中判敛是大、小题都常考的，在大题中一般作为第一问出现，求和与展开则都是大题。这一章与前面的常微分方程、后面的曲线曲面积分等章都是比较独立的章节，在考试时会出大题，而且章内包含的内容多、比较复杂。陈文灯复习指南上对相关章节的指导并不尽如人意，因为套题型的方法在这些复杂章节中不能展现其长处，故整体来说结构比较散乱。

对于级数判敛部分，主要用的方法是比较法、级数敛散性的定义和四则运算性质。其中比较判敛法有一般形式和极限形式，使用比较判敛法一般形式有以下典型例子：

1. 已知级数 $\sum a^2{}_n$ 收敛，判断级数 $\sum \frac{|a_n|}{\sqrt{n^2+\lambda}}$ 的敛散性。其判敛过程的核心是找到不等式 $\frac{|a_n|}{\sqrt{n^2+\lambda}} \le \frac{1}{2}(a_n^2+\frac{1}{n^2+\lambda})$，再应用比较法的一般形式即可判明。其实这种“知一判一”式的题目是有局限性的——若已知级数收敛，则所要求判敛的级数只能也是收敛的，因为只有“小于收敛级数的级数必收敛”这一条规则可用，若待判敛级数大于已知收敛级数，则结果无法判定。所以考研真题中一般只会出成选择题“已知某级数收敛，则下列级数中收敛的是（）”。

2. 上一种题型是“知一判一”，下面的例子则是给出级数某些性质要求判断敛散性，方法是通过不等式放缩与那些已知敛散性的级数建立起联系，再应用比较法一般形式判断。举例如下：已知单调递减数列 a_n 满足 $\lim\limits_{x\to 0}a_n = a,\ a>0$，判断级数 $\sum(\frac{1}{a_n+1})^n$ 的敛散性。关键步骤是：由 $\frac{1}{a_n+1}<\frac{1}{a+1}<1$ 得到 $(\frac{1}{a_n+1})^n<(\frac{1}{a+1})^n$，再利用比较判敛法的一般形式即得。对于使用比较判敛法极限形式的题目一般也不会超出“知一判一”和“知性质判敛”这两种形式。

幂级数求和函数与函数的幂级数展开问题是重点内容，也是每年都有的必考题。通过做历年真题，我发现像一元函数微积分应用中的微元法、无穷级数中的求和与展开这样倍受出题人青睐的知识点都有一个相似之处，就是这些知识点从表面上看比较复杂、难于把握，实际上也必须通过认真思考和足量练习才能达到应有的深度，但在领会到解决方法的精髓思想以后这些知识点又会“突然”变的十分简单。

也就是说，掌握这样的知识点门槛较高，但只要跨过缓慢的起步阶段，后面的路就是一马平川了；同时，具有这种特点的知识点也可以提供给出题人更大的出题灵活性，而通过“找到更多便于灵活出题的知识点来跳出题型套路”正是近几年考研真题出题专家致力达到的目标，这一趋势不仅体现在了近年来的考卷上，也必然是今后的出题方向。

所以我们在复习过程中对于具有“浅看复杂、深究简单、思路巧妙、出法灵活”的知识点要倍加注意，对于无穷级数这样必出大题的章节中间的“求和、展开”这样必出大题的知识点，更是要紧抓不放。因为这种知识点对“复习时间投入量”的要求接近于一个定值，认认真真搞明白以后，只要接着做适量的题目巩固就行了，有点“一次投入，终生受益”的意思，花时间来掌握很划算。

另外，“求和与展开”的简单之处还在于：达到熟练做题程度以后会发现其大有规律可循。这种规律是建立在对 6 个关键的函数展开式“熟之又熟”的掌握上的。对此 6 个展开式的掌握必须像掌握重要定理一样，对条件、等式的左端和右端都要牢牢记住，不但要一见到三者中的任意一个就能立刻写出其他两部分，而且要能够区别相似公式，将出错概率降到最小。公式如下：

1. $\frac{1}{1-u}=1+u+u^2+\cdots+u^n+\cdots=\sum\limits_{n=0}^{\infty}u^n$　（−1，1）

2. $\frac{1}{1+u}=1-u+u^2-u^3+\cdots+(-1)^n u^n+\cdots=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n u^n$　（−1，1）

3. $\ln(1+u)=u-\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{3}u^3-\cdots+(-1)^n\frac{u^{n+1}}{n+1}+\cdots=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{n+1}}{n+1}$　$(-\infty,+\infty)$

4. $e^u=1+u+\frac{1}{2!}u^2+\cdots+\frac{1}{n!}u^n+\cdots=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{u^n}{n!}$　$(-\infty,+\infty)$

5. $\sin u=u-\frac{1}{3!}u^2+\cdots+(-1)^n\frac{1}{(2n+1)!}u^{2n+1}+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{2n+1}}{(2n+1)!}\qquad(-\infty,+\infty)$

6. $\cos u=1-\frac{1}{2!}u^2+\frac{1}{4!}u^4-\cdots+(-1)^n\frac{1}{(2n)!}u^{2n}+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{2n}}{(2n)!}\qquad(-\infty,+\infty)$

这六个公式可以分为两个部分，前 3 个相互关联，后 3 个相互关联。1 式是第一部分式子的基础。$1+u+u^2+\cdots+u^n+\cdots$ 不就是一个无穷等比数列吗，在 $|u|<1$ 时的求和公式 $s=\frac{1}{1-u}$ 正是函数展开式的左端。所以这个式子最好记，以此为出发点看式子 2：1 式左端是 $\frac{1}{1-u}$，2 式左端是 $\frac{1}{1+u}$；1 式右端是 $\sum_{n=0}^{\infty}u^n$，2 式右端也仅仅是变成了交错级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n u^n$，故可以通过这种比较来记忆式子 2；对于 3 式来说，公式左端的 $\ln(1+u)$ 与 2 式左端的 $\frac{1}{1+u}$ 存在着关系“$[\ln(1+u)]'=\frac{1}{1+u}$”，故由 $\frac{1}{1+u}$ 的展开式可以推导出 $\ln(1+u)$ 的展开式为 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{n+1}}{n+1}$。这三个式子中的 $u\in(-1,1)$，相互之间存在着上述的清晰联系。

后 3 个式子的 $u\in(-\infty,+\infty)$，相互之间的联系主要在于公式右端展开式形式上的相似性。这一部分的基本式是公式 4：$e^u=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{u^n}{n!}$ 与之相比，$\sin u$ 的展开式是 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{2n+1}}{(2n+1)!}$，$\cos u$ 的展开式是 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{u^{2n}}{(2n)!}$。一个可看成是将 e^u 展开式中的奇数项变成交错级数得到的，一个可看成是将 e^u 展开式中的偶数项变成交错级数而得到。像这样从“形似”上掌握不费脑子，但要冒记混淆的危险，但此处恰好都是比较顺的搭配：$\sin u$、$\cos u$ 习惯上说“正余弦”，先正后余；而 $\sin u$ 的展开式对应的是奇数项，$\cos u$ 的展开式对应的是偶数项，习惯上也是说“奇偶性”，先奇后偶。

记好 6 个关键式是解决幂级数求和与函数的幂级数展开问题的基础，不仅在记忆上具有规律性，在解题时也大有规律可循。

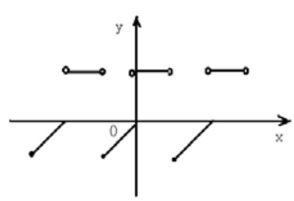
在已知幂级数求和函数时，最佳途径是根据各个公式右端的形式来选定公式：第一部分(前 3 式)的展开式都不带阶乘，其中只有 $\frac{1}{1-u}$ 的展开式不是交错级数；第二部分（后 3 式）的展开式都带阶乘，其中只有 e^u 的展开式不是交错级数。由题目给出的幂级数的形式就可以看个八九不离十了，比如给出的幂级数带阶乘而不是交错级数，则应该用公式 4，因为幂级数的变形变不掉阶乘和 $(-1)^n$；若题目给出的幂级数不带阶乘而且是交错级数，则必从 2、3 两式中选择公式，其它情况也类似。

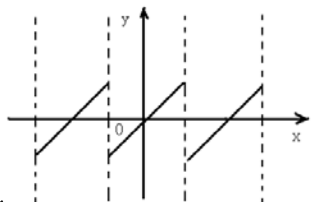
对于函数的幂级数展开题目，则是从已知条件与各公式左端的相似性上入手，相对来说更为简单。在判断出所用公式以后一般要使用下列变形方法使得题目条件的形式与已知公式相符：变量替换（用于函数的幂级数展开）、四则运算（用于展开、求和）、逐项微积分（用于展开、求和）。

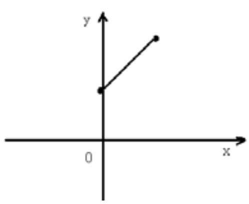
对于数项级数求和的题目，主要方法是构造幂级数法，即利用变换 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n=\lim_{x\to1}\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 求得幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 的和函数 $s(x)$ 以后代入极限式即可。其中的关键步骤是选择适当的 x^n，一般情况下如果 n、$(2n-1)$ 这样的项在分子中，则应该先用逐项积分再用逐项求导，此时的 x^n 应为 $x^{(\cdots)-1}$ 的形式，如 $x^{(n)-1}$、$x^{(2n-1)-1}$，以方便先积分；若题目有 $\frac{1}{(2n-1)}$、$\frac{1}{(3n+1)}$ 这样的项，则 x^n 应为 $x^{(\cdots)}$ 的形式，如 $x^{(2n-1)}$、

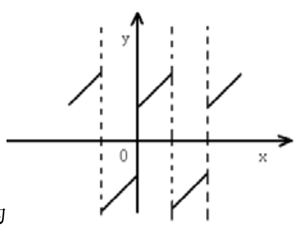
$x^{(3n+1)}$，便于先求导。这些经验在做一定量的题目后就会得到。

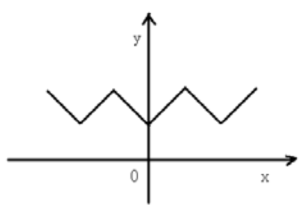
本章最后的知识点是付立叶级数，很少考到，属于比较偏的知识点，但其思想并不复杂，花时间掌握还是比较划算的。函数的付立叶级数的物理意义就是谐波分析，即把一个复杂周期运动看作是若干个正余弦运动的叠加。首先需记住付立叶展开式和收敛定理，在具体展开时有以下两种情况：

1. 题目给出的函数至少有一个完整的周期，如图 

则直接套用公式即可，不存在奇开拓和偶开拓的问题。对于形状类似上图的函数，展开以后级数中既有正弦级数也有余弦级数；若为奇函数如 

，则展开后只有正弦级数；若为偶函数则展开后只有余弦函数；
2. 题目给出函数后没有说明周期，则需要根据题目要求进行奇开拓或偶开拓。如图 

，若要求进行奇开拓就是展开成奇函数，此时得到的级数中只有正弦级数，图像为 

；若要求进行偶开拓就是要展开成偶函数，此时得到的展开式中只有余弦级数，图像为 

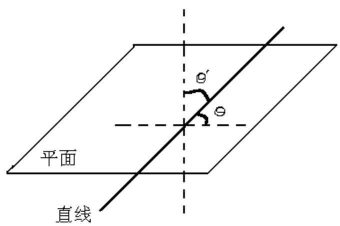
。

■**高数第九章《矢量代数与空间解析几何》**

本章并不算很难，但其中有大量的公式需要记忆，故如何减少记忆量是复习本章时需要重点考虑的问题。抓住本章前后知识点的联系来复习是一种有效的策略，因为这样做既可以避免重复记忆、减少记忆量，又可以保证记忆的准确性。同时，知识点前后联系密切也正是本章的突出特点之一。以下列出本章中前后联系的知识点：

a） 矢量间关系在讨论线线关系、线面关系中的应用。这个联系很明显，举例来说，平面与直线平行时，平面的法矢量与直线的方向矢量相互垂直，而由矢量关系性质知此时二矢量的数积为 0，若直线方程为 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$，平面方程为 $Ax+By+Cz+D=0$，则有 $Al+Bm+Cn=0$。同理可对线面、线线、面面关系进行判定。

b） 数积定义与求线线、线面、面面夹角公式的联系。数积定义式为 $\vec{a}\,\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$，故有 $\cos\theta=\frac{\vec{a}\,\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$，这个式子是所有线线、线面、面面夹角公式的源公式。举例来说，设直线 $l_1:\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$，直线 $l_1:\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$，则二直线夹角 $\theta=\frac{l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{l_1^2+m_1^2+n_1^2}\bullet\sqrt{l_2^2+m_2^2+n_2^2}}=\frac{\vec{a}\,\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$，其中 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 分别是两条直线的方向矢量。对于线面、面面夹角同样适用，只需注意一点就是线面夹角公式中不是 $\cos\theta=\cdots$ 而是 $\sin\theta=\cdots$，因为如右图所示



由于直线的方向矢量与直线的走向平行，而平面的法矢量却与平面垂直，所以线面夹角 θ 是两矢量夹角 θ' 的余角，即 $\theta+\theta'=90^{\circ}$，故求夹角公式的左端是 $\sin\theta$。对于线线夹角和面面夹角则无此问题。

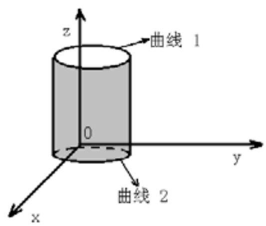
c） 平面方程各形式间的相互联系。平面方程的一般式、点法式、三点式、截距式中，点法式和截距式都可以化为一般式。点法式 $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$（点 (x_0,y_0,z_0) 为平面上已知点，$\{A,B,C\}$ 为法矢量）可变形为 $Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0)=0$，符合一般式 $Ax+By+Cz+D=0$ 的形式；截距式 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$（$a,b,c$ 为平面在三个坐标轴上的截距）可变形为 $bcx-acy+abz-abc=0$，也符合一般式的形式。这样的转化不仅仅是为了更好地记公式，更主要是因为在考试中可能需要将这些式子相互转化以方便答题（这种情况在历年真题中曾经出现过）。

同样，直线方程各形式之间也有类似联系，直线方程的参数形式和标准式之间可以相互转化。直线方程的参数形式 $\begin{cases}x=x_0+lt\\y=y_0+mt\\z=z_0+nt\end{cases}$（$(x_0,y_0,z_0)$ 是平面上已知点，$\{l,m,n\}$ 为方向矢量）可变形为 $\begin{cases}\frac{x-x_0}{l}=t\\\frac{y-y_0}{m}=t\\\frac{z-z_0}{n}=t\end{cases}$，即为标准式 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$；标准式 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ 若变形为 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}=t$ 则也可

以转化为参数形式。这个转化在历年真题中应用过不止一次。

d） 空间曲面投影方程、柱面方程、柱面准线方程之间的区别与联系。关于这些方程的基础性知识包括：$F(x,y,z)=0$ 表示的是一个空间曲面；由于空间曲线可视为由两个空间曲面相交而得到的，故空间曲面方程为 $\begin{cases}F_1(x,y,z)=0\\F_2(x,y,z)=0\end{cases}$；柱面方程如圆柱面 $x^2+y^2=R^2$、椭圆柱面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 可视为是二元函数 $f(x,y)=0$ 在三维坐标系中的形式。

在这些基础上分析，柱面方程的准线方程如 $\begin{cases}f(x,y)=0\\z=0\end{cases}$ 可视为是由空间曲面——柱面与特殊的空间曲面——坐标平面 $z=0$ 相交形成的空间曲线，即右图

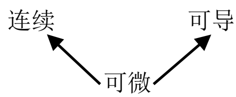
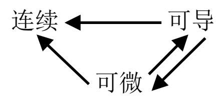


中的曲线 2；而空间曲线的投影方程与柱面准线方程其实是一回事，如上图中曲线 1 的投影是由过曲线 1 的投影柱面与坐标平面相交得到的，所以也就是图中的柱面准线。在由空间曲线方程 $\begin{cases}F_1(x,y,z)=0\\F_2(x,y,z)=0\end{cases}$ 求投影方程时，需要先从方程组中消去 z 得到一个母线平行于 z 轴的柱面方程；；再与 $z=0$ 联立即可得投影方程 $\begin{cases}f(x,y,z)=0\\z=0\end{cases}$。

■高数第十章《多元函数微分学》

复习本章内容时可以先将多元函数各知识点与一元函数对应部分作对比，这样做即可以将相似知识点区别开以避免混淆，又可以通过与一元函数的对比来促进对二元函数某些地方的理解。本章主要内容可以整理成一个大表格：

二元函数的定义（略）	相似	
二元函数的连续性及极限： 二元函数的极限要求点 $\theta(x,y)$ 以任何方向、任何路径趋向 $P(x_0,y_0)$ 时均有 $f(x,y)\to A$（$x\to x_0$、$y\to y_0$）。如果沿不同路径的 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}} f(x,y)$ 不相等，则可断定 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}} f(x,y)$ 不存在。	不同	一元函数的连续性及极限： 一元函数的极限与路径无关，由等价式 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$ 即可判断。 $\Leftrightarrow f_-(x_0)=f_+(x_0)=A$
二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 处连续性判断条件为：$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}} f(x,y)$ 存在且等于 $f(x_0,y_0)$	相似	一元函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处连续性判断条件为 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 且等于 $f(x_0)$
二元函数的偏导数定义 二元函数 $z=f(x,y)$ 的偏导数定义	相似	一元函数的导数定义 一元函数 $y=f(x)$ 的导数定义：

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta z}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$ 分段函数 在分界点处求偏导数要用偏导数的定义		$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ 分段 函数在分界点处求导数需要用导数定义
二元函数的全微分： 简化定义为：对于函数 $z=f(x,y)$，若其在点 $P(x_0,y_0)$ 处的增量 Δz 可表示为 $\Delta z=A\Delta x+B\Delta y+o(\rho)$，其中 $o(\rho)$ 为 ρ 的高阶无穷小，则函数 $f(x,y)$ 在 $P(x_0,y_0)$ 处可微，全微分为 $A\Delta x+B\Delta y$，一般有 $dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy$	相似	一元函数的全微分： 简化定义为：若函数 $y=f(x)$ 在点 x 处的增量 Δy 可表示为 $\Delta y=A\Delta x+d$，其中 d 是 Δx 的高阶无穷小，则函数在该点可微，即 $dy=A\Delta x$，一般有 $dy=f'(x)dx$
二元函数可微、可导、连续三角关系图 	不同	二元函数可微、可导、连续三角关系图 
多元函数的全导数 设 $z=f(u,v,w)$，$u=g(t)$，$v=h(t)$，$w=k(t)$ 且都可导，则 z 对 t 的全导数 $\frac{dz}{dt}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{du}{dt}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{dv}{dt}+\frac{\partial f}{\partial w}\frac{dw}{dt}$	不同	一元函数没有“全导数”这个概念，但是左边多元函数的全导数其实可以从“一元复合函数”的角度理解。一元复合函数是指 $y=f(u)$、$u=g(x)$ 时有 $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$。与左边的多元函数全导数公式比较就可以将二式统一起来。
多元复合函数微分法 复合函数求导公式：设 $z=f(u,v,w)$、$u=j(x,y)$、$v=h(x,y)$、$w=k(x,y)$，则有 $\begin{cases}\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\bullet\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\bullet\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial w}\bullet\frac{\partial w}{\partial x}\\ \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\bullet\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\bullet\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial w}\bullet\frac{\partial w}{\partial y}\end{cases}$。对于多元复合函数求导，在考研真题中有一个百出不厌的点就是函数 z 对中间变量 u,v,w 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial u}$、$\frac{\partial z}{\partial v}$、$\frac{\partial z}{\partial w}$ 仍是以 u,v,w 为中间变量的复合函数，此时在求偏导数时还要重复使用复合函数求导法。这是需要通过足量做题来熟练掌握的知识点，在后面的评题中会就题论题作更充分的论述。	相似	一元复合函数求导公式如上格所示，与多元复合函数求导公式相似，只需分清式子中 $\frac{dz}{dx}$ 与 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 的不同即可
多元隐函数微分法 求由方程 $F(x,y,z)=0$ 确定的隐含数 $Z=Z(x,y)$ 的偏导数，可用公式： $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x(x,y,z)}{F'_z(x,y,z)}$，$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y(x,y,z)}{F'_z(x,y,z)}$ 对于由方程组 $\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$ 确定的隐含数 $y=y(x)$、$z=z(x)$ 可		一元复合函数、参数方程微分法 对一元隐函数求导常采用两种方法： 1. 公式 $\frac{dy}{dx}=-\frac{F'_x(x,y)}{F'_y(x,y)}$ 2. 将 y 视为 x 的函数，在方程两边同时对 x 求导 一元参数方程微分法：若有 $\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\end{cases}$ 则

套用方程组 $\begin{cases} F'_x+F'_y\dfrac{dy}{dx}+F'_z\dfrac{dz}{dx}=0 \\ G'_x+G'_y\dfrac{dy}{dx}+G'_z\dfrac{dz}{dx}=0 \end{cases}$		$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y'(t)}{x'(t)}$
关于这一部分，多元与一元的联系不仅是“形似”，而且在相当大程度上是相通的，在考研真题中此处与上面的多元复合函数求导是本章的两个出题热点，屡屡出现相关题目，在后面的评题中有更多讨论。		
多元函数的极值 极值定义：函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 的邻域内有定义，且对于其中异于 P 点的任一点 $Q(x,y)$，恒有 $f(x,y)>f(x_0,y_0)$ 或 $f(x,y)<f(x_0,y_0)$，则称 $f(x_0,y_0)$ 为 $f(x,y)$ 的极小/大值，方程组 $\begin{cases} f'_x(x,y)=0 \\ f'_y(x,y)=0 \end{cases}$ 的解称为函数的驻点。	相似	一元函数的极值 极值定义：函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的邻域内有定义且对于其中异于该点的任一点恒有 $f(x)>f(x_0\ )$ 或 $f(x)<f(x_0)$，则称 $f(x_0\ )$ 为 $y=f(x)$ 的极小/大值，方程 $f'(x)=0$ 的解称为函数的驻点。
取极值的充分条件 函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 的邻域内有连续二阶偏导，且满足 $f'_x(x_0,y_0)=0$、$f'_y(x_0,y_0)=0$、$[f''_{xy}(x_0,y_0)]^2-f''_x(x_0,y_0)f''_y(x_0,y_0)>0$，若 $f''_x(x_0,y_0)>0$ 或 $f''_y(x_0,y_0)>0$ 则 $P(x_0,y_0)$ 为极小值点；若 $f''_x(x_0,y_0)<0$ 或 $f''_y(x_0,y_0)<0$ 则 $P(x_0,y_0)$ 为极大值点。 大纲对于多元函数条件极值的要求为“会用拉格朗日乘数法求条件极值”，是一种比较简单而且程序化的方法。一元函数则无对应的内容。	相似	取极值的充分条件 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的邻域内可导，且满足 $f'(x)=0$、$f''(x)\neq 0$，则： 若 $f''(x)>0$，则 $f(x_0)$ 为极小值； 若 $f''(x)<0$，则 $f(x_0)$ 为极小值

■高数第十章《重积分》

大纲对于本章的要求只有两句：1. 理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理。2. 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标），会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标、球面坐标）。这一部分在历年真题中直接考到的情况很少，但却经常涉及，尤其是在关于曲线、曲面积分的题中，一般都需要将曲线、曲面积分转化为重积分来计算结果。

关于二重积分的性质，可以结合二重积分的几何意义和定积分的对应性质来理解，因为理解几何意义有利于解应用性问题，而且定积分和二重积分的性质定理几乎是一一对应的，对比起来很直观。

在做二重积分的题时常用的是更换积分次序的方法与几个变换技巧，这一点在后面评题时会有针对性的讨论。